

一种改进的基于小波零树的图象编码算法

杨云峰 苏志勋

(大连理工大学应用数学系, 大连 116023)

钟似玢

(普林斯顿大学, 美国)

摘要 针对极低码率下图象的压缩编码问题, 在小波零树编码方法的基础上提出了一种新的低码率图象压缩算法. 该方法对处于水平和垂直两个方向的高频子带系数采用变换的方法进行了系数重排, 以产生新的树结构, 这样使得位于这两个方向的高频子带内的重要系数集中于各个相应子带的低频位置, 且所生成树的能量集中性较好, 故可以有效地提高编码效率, 并能提高对重要系数的传输效率. 经过实验证明, 使用此方法得到的重构图象其主观视觉效果良好, 而且与 Shapiro 提出的嵌入式零树小波 (EZW) 算法相比, 重构图象的峰值信噪比 (PSNR) 值在相同码率的情况下有了较大的提高.

关键词 小波变换 零树编码 低码率 图象压缩

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2001)06-0542-05

A New Image Encoding Algorithm Based on Wavelet Zero-Tree Coding Scheme

YANG Yun-feng, SU Zhi-xun

(Department of Mathematics Application DaLian University of Technology, DaLian 116023)

ZHONG Shi-fen

(Princeton University, U. S. A)

Abstract In this paper, a new low bit rate image compression algorithm based on wavelet zero-tree image coding scheme is put forward. The coefficients in the horizontal and vertical orientation sub-images of all scales are re-ordered by the means of the transform because there are many big energy coefficients. The target of doing so is to produce new tree structure, to add the number of zero tree. And the significant wavelet coefficients in these sub-images are concentrated in the low frequency area of the corresponding subbands. So the energy of these sub-images is concentrated in the area of the corresponding left hand, and the concentration property of the new trees is good, and it can improve the encoding efficiency effectively. It also can improve the transmission rate of the significant coefficients. The results of the reconstruction images are good. And bit allocation is optimized and the peak signal-to-noise ratio (PSNR) of the reconstructed image is improved compared to embedded zero-tree wavelet encoding (EZW) algorithm at the same bit-ratio.

Keywords Wavelet transform, Zero-tree coding scheme, Low bit rate, Image compress

0 引言

由于小波变换具有很好的时-频局部化特性, 因而被广泛地用来处理非平稳信号. 80 年代以来, 由于 Mallat 塔式分解算法的提出, 小波变换已成为图

象处理的一种重要手段, 这是因为小波变换不仅可以把图象进行多尺度分解, 形成子带图象, 还可以有效地去除图象中系数的相关性, 为其他的编码方法提供了变换域. 目前已有大量的基于小波变换的优秀算法, 如零树编码方法^[1]、塔式网格量化方法^[2]、分类矢量量化方法^[3]等等, 其中由 Shapiro 提出的

EZW 算法由于可以产生嵌入式码流、不需要训练码本,且在所要求的精度下可以随时结束编码,因而有很好的发展与应用前景。人们基于 EZW 算法又提出了一些新的算法^[4~6],这些算法的基本思想都是如何更好地利用小波变换后的系数以生成零树,以及如何有效地降低码率和如何增强图象压缩后恢复图象的视觉效果,提高图象的 PSNR 值,更有效地提高重构图象的质量,同时降低码率。

图象经过小波变换后,可以有效地去除象素间的相关性,但同一子带的系数间,相同方向不同级别分辨率的子带系数间,仍具有一定的相关性,可是也正是由于这种相关性,才使得 DPCM 技术和其他各种图象压缩算法得以实现,其中 EZW 算法也是由此生成零树的。本文对小波变换后的各个尺度下的水平和垂直两个方向的子带系数,采用了一种变换的方法,即把每一个子带都分成了 4 个部分,并且使得各子带的能量主要集中在相应子带的低频区域(左上角)内,从而使得形成的树结构的能量集中性好。同时,由于对角方向的子带内的系数绝大部分趋于零,故不进行变换,以减少计算量。另外,由于树的能量集中性还可以有效地提高编码时的扫描效率,从而也提高了编码效率。

1 图象的小波变换和零树编码

1.1 小波变换

小波变换作为一种时-频局部化方法,其基本思想是用一族函数 $\psi_{a,b}(t)$ 来表示或逼近某一函数 $f(t)$,人们便把这族函数称为小波函数。小波变换的特点是时间窗和频率窗的乘积(即时间频率窗的面积)很小,适用于非平稳信号的分析。事实证明,用它来处理图象不仅可以得到非常好的结果,且变换后能量集中性好。

在实际的小波变换中,为了方便,不管是一维信号还是图象大都采用二进小波变换。对 $L^2(R)$ 空间中的任意函数 $f(t)$,它的二进小波变换为

$$c_{m,n} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi_{m,n}(t)dt \quad (1)$$

其中, $\psi_{m,n}(t) = 2^{-\frac{m}{2}}\psi(2^{-m}t - n)$,而 ψ 满足 $\int\psi(t)dt = 0$ 。

由多尺度分析可知,小波母函数 ψ 由尺度函数 φ 生成,且一维二尺度关系是

$$\begin{cases} \varphi(t) = \sqrt{2} \sum_k h(k)\varphi(2t - k) \\ \psi(t) = \sqrt{2} \sum_k g(k)\varphi(2t - k) \end{cases} \quad (2)$$

在信号的分解与重构时,可使用式(2)中的系数 $h(k)$ 和 $g(k)$ 来构造滤波器,而不直接使用小波函数。

由于一幅图象可以看作是二维信号,因此图象的二维多尺度分解可以由一维多尺度分解做张量积得到,并由此产生了图象的 Mallat 塔式分解算法^[7]。一幅图象经过一次小波变换后,即产生了 4 个子带图象,即垂直和水平方向低频子带 LL,垂直方向低频和水平方向高频子带 HL,水平方向低频和垂直方向高频子带 LH 及垂直方向和水平方向高频子带 HH,其中,LL 子带集中了图象的大部分能量,即大幅值(绝对值较大)系数大部集中于此,这样就有利于图象的压缩编码。以后的小波变换都是对前一次变换产生的低频子带进行变换。图 1 显示了一幅图象经过二级小波变换后所形成的各个子带的分布。

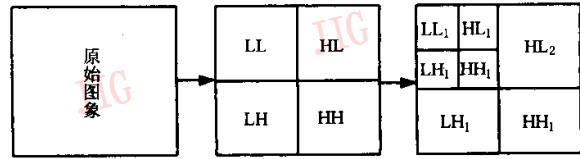


图 1 图象的小波变换

1.2 零树编码

一幅图象经小波变换后,由于相同方向上不同分辨率的变换系数仍具有很强的相关性,因而可以利用较粗尺度上的系数来预测较细尺度上的系数,但如何有效地解决这种相关性,目前已成为图象压缩研究的热点之一。Shapiro 据此提出了二进制逐渐逼近算法——EZW 算法,这是一种非常有效的算法,它的基本思想是,首先给定一个初始量化门限 T ,然后对小波系数按“Z”字形进行扫描,并以此来确定零树结构。图 2 即是水平方向上高频子带的零树结构和“Z”字形扫描次序图,其他方向上类似,其中 a_1 为 a_2 的父

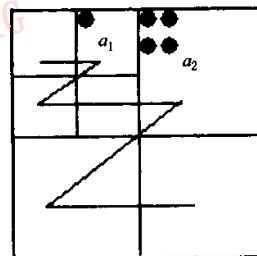


图 2 零树结构和系数的“Z”形扫描次序

系数,若此树构成零树,则称 a_1 为零树根.按照 EZW 算法对小波系数进行编码将产生 4 种系数,即正的重要系数,负的重要系数,次要系数,孤立的零.其中由次要系数生成的零树,其位于最粗尺度上子带内的次要系数称为零树根,而其他尺度上子带内的次要系数则称为零树成员.由于在图象的数据编码时,零树不编码,因此零树越多,则图象的数码率将越低,图象的压缩比也越大,从而传输的速率也越快.零树编码的另一个特点是在编码时,对数据是进行“Z”字形扫描,这种扫描顺序符合同一分辨率级内的不同方向子带系数的重要性原则,且满足人的视觉特性.所以采用零树方法编码的关键问题是如何对小波变换后的系数进行量化和排序,以生成更多的零树,现已产生多种方法,其出发点都是如何更加有效地组织小波系数,并在尽可能减少损失图象信息的情况下,降低码率,提高编码效率.

2 本文算法分析

2.1 LL 子带编码

LL 子带集中了图象的大部分能量,重要系数大部集中于此,而且具有很强的相关性.对 LL 子带系数的处理,已产生了经典的 DPCM 技术,本文亦采用 DPCM 技术,其中预测器为

$$X = B + C - A \quad (3)$$

其中,各象素 A, B, C, X 的分布如图 3 所示.如果 A, B, C 均不出现,则 X 不做预测;如果 A, B 不出现,则 $X=C$;如果 A, C 不出现,则 $X=B$.

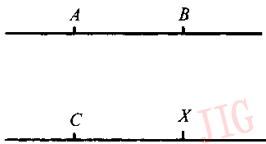


图3 预测象素位置

2.2 水平和垂直方向高频子带系数的变换

一幅图象经小波变换后,LL 子带即低频子带集中了图象的大部分能量,其他的子带内仍含有重要系数,并且是散乱分布的,如果对其进行适当的位置调整,使其尽可能地集中在某一局部位置,将能提高编码效率.采用零树编码时,总是希望能产生更多的零树,而且希望非零树的能量集中性较好,这样将会利于数据的编码和传输,同时降低码率,提高重构图象的 PSNR 值.零树编码还有一个特点是对小波

系数进行“Z”字形扫描,在扫描的同时对系数进行编码.这种扫描方式符合同一尺度下不同子带间的重要性次序,并且,对每个子带内部的扫描都是从低频位置即子带的左上角开始扫描,因此,如果能使各子带的能量,也就是大幅值系数尽可能的集中在子带的左上角位置,则所产生的树的能量集中性也将越好,编码的效率也会更高.这样使得在码率相同的情况下,可以提高 PSNR 值,即有效地提高重构图象的质量.

经过大量的实验证明,各尺度下的对角方向的子带内的系数绝大部分趋于零,因而对这个方向的子带系数不做处理而直接编码,而只对水平和垂直两个方向的高频子带系数进行变换,以减少计算量.在做变换时,首先对各个尺度下这两个方向的高频子带系数采用 2×2 矩形网格进行分块,以矩形网格的 4 个顶点做为一个变换单元,即如果其中的一个子带的大小为 $2m \times 2n$,则经过网格划分后变为 $m \times n$ 个子块,一个子块就是文中所说的一个变换单元,它的大小是 2×2 ,在做变换时把它记成为如下的向量的形式

$$W = (\omega_{2i,2j}, \omega_{2i,2j+1}, \omega_{2i+1,2j}, \omega_{2i+1,2j+1})^T \quad (4)$$

式中, $\omega_{2i,2j}, \omega_{2i,2j+1}, \omega_{2i+1,2j}, \omega_{2i+1,2j+1}$ 表示坐标为 (i, j) 的变换单元的 4 个顶点.

则本文考虑采用如下变换式来处理各个尺度下的水平和垂直两个方向高频子带内的系数,即

$$W' = \frac{1}{4}AW \quad (5)$$

式中, A 为变换矩阵

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

变换后产生的向量 W'

$$W' = (\omega_{00'}, \omega_{01'}, \omega_{10'}, \omega_{11'})^T \quad (7)$$

其中 $\omega_{00'}, \omega_{01'}, \omega_{10'}, \omega_{11'}$ 分别表示对某一子带用式(5)进行变换后生成的与该子带的低频、水平高频、垂直高频和对角方向高频相应的 4 个子带块,而 $\omega_{00'}, \omega_{01'}, \omega_{10'}, \omega_{11'}$ 分别表示这 4 个子带块内的坐标为 (i, j) 的位置上的系数,也就是说,坐标 (i, j) 是和变换单元对应的.图 4 给出了 LH1 子带内的系数在变换前后的位置,即左上角矩形块为 $\omega_{00'}$, 右上角矩形块为 $\omega_{01'}$, 左下角矩形块为 $\omega_{10'}$, 右下角矩形块为 $\omega_{11'}$, 其他子带也同样处理.

也就是说,用式(5)来对一个子带做变换后,把它又划分为4个区域,即对这个子带内系数的能量进行重新排列,其中左上角位置集中了子带的主要能量。若对所有尺度下水平和垂直方向的高频子带用式(5)进行变换,则这两个方向上所有高频子带的能量就都基本集中在了相应子带左上角的位置上。

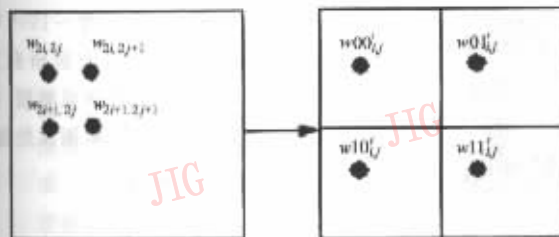


图4 LHI子带变换前后的象素位置

例如,取一向量 $W = (1, 1, 1, 1)^T$, 并假设它是坐标为 (i, j) 的变换单元, 由式(5)有 $W' = \frac{1}{4}AW = (1, 0, 0, 0)^T$, 这样, W 经过这个变换后, 能量就集中在了局部位置。变换后, 把 W' 中的 1 放在图4中的 $w_{00'}_{i,j}$ 位置上, 而将 3 个 0 分别放在 $w_{01'}_{i,j}$, $w_{10'}_{i,j}$ 和 $w_{11'}_{i,j}$ 3 个位置上, 这样这个子带内的能量就集中在了左上角的位置。

由于式(6)变换矩阵的元素都是 1 和 -1, 因而使用该变换时, 计算简单, 并且运算量小, 且变换后各个子带内水平和垂直两个方向子带系数中的重要系数将集中在各子带左上角的低频位置, 从而实现了树结构能量的集中性。若再按照约定的“Z”字形顺序扫描, 即可提高编码的效率, 从而也降低了图象编码的时间。

解码过程的变换和编码过程的变换是互逆的, 具体的算法为

$$W = AW' \quad (8)$$

也就是把如图4所示的 $w_{00'}_{i,j}$, $w_{01'}_{i,j}$, $w_{10'}_{i,j}$ 和 $w_{11'}_{i,j}$ 位置上的元素取出, 依次放在 W' 中, 再执行式(8)变换, 即可得到恢复的 W 。

3 实验结果

本文采用长度为 9 的 Daubechie 双正交小波滤波器^[3], 对 256×256 的 Lena 图象和 512×512 的 Lena 图象以及 512×512 的 Man 图象进行压缩编码, 其 PSNR 值和压缩比均有大幅度的提高, 所得的计算结果如表 1 所示, 从表 1 可见, 压缩重构图象的 PSNR 均优于文献[1]和文献[4]中的结果, 并且

运算时间亦有减少。文中给出了变换前后的 Lena 图象和 Man 图象(图 5)。

表1 图象的码率及对应的 PSNR 值

码率 (bit/pixel)	PSNR(dB)			
	Lena(512×512)		Man(512×512)	
1.0	39.55	39.97	36.45	36.98
0.5	36.28	37.58	32.89	33.40
0.25	33.13	34.27	30.3	30.94



(a) Lena 原图

(b) 重构图象

(512×512)



(c) Man 原图

(d) 重构图象

(512×512)

图5

4 结论

通过本文式(5)的变换, 可使各个尺度下的水平和垂直两个方向高频子带系数的能量进行重新排列, 故使得这两个方向的高频子带的能量主要集中在相应子带的低频位置, 从而在使用零树编码时, 树的能量集中性好, 因此有效地提高了图象编码的效率。经对不同的图象进行压缩的试验检验, 证明此方案是可行的, 即在较低码率的情况下仍能很好的恢复图象。

参考文献

- Shapiro J M. Embedded image coding using zerotree of wavelet coefficients. IEEE Trans on Signal Processing, 1993, 41 (12): 3445~3462.

- 2 Barlaud M, Sole P, Gaidon T. Pyramidal lattice vector quantization for multiscale image coding. *IEEE Trans on Image Processing*. 1994,3(4):367~381.
- 3 Ramamurth B, Gersho A. Classified vector quantization of images. *IEEE Trans on Comm*. 1986,34:1105~1115.
- 4 王祥林,吴国威,林行刚. 一种基于零树的多码率小波图象压缩编码方法. *电子学报*,1997,25(4):48~51.
- 5 Xiong Z, Galatsanos N, Orchard M. Marginal analysis prioritization for image compression based on a hierarchical wavelet decomposition. in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing*, Minneapolis, MN, Apr. 1993.
- 6 Ramaswam V N, Ranganathan N, Namuduri K R. Performance analysis of wavelets in embedded zerotree-based lossless image coding schemes. *IEEE Trans on Signal Processing*,1999,47(3):884~889.
- 7 Mallat S G. Multifrequency channel decompositions of image and wavelet models. *IEEE Trans on Acoustics Speech and Signal Processing*. 1989,37(12):2091~2110.
- 8 Antoniji M, Barland M, Mathieu P *et al*. Image coding using wavelet transform. *IEEE Trans on Image Processing*. 1992, 1(2):205~220.

杨云峰 1995年获黑龙江大学数学系学士学位,现为大连理工大学应用数学系硕士研究生.主要研究方向为小波分析和图象处理.

苏志勋 1966年生,1993年~1995年在大连理工大学力学所做博士后研究工作,现为大连理工大学应用数学系教授.主要研究领域包括计算几何、图形图象处理、计算机视觉和可视化研究等.

钟似玢 1991年获美国纽约大学Courant研究所博士学位,现为美国普林斯顿大学研究员.主要研究工作为小波分析和非线性图象处理等.